

(i) Printed Pages: 15

Roll No. ....

(ii) Questions : 9

Sub. Code :

2	6	7	4
---	---	---	---

Exam. Code :

0	3	0	9
---	---	---	---

Master of Arts (Economics) 3<sup>rd</sup> Semester

(2122)

Opt. (v) ECONOMETRICS—I

Paper : MAECO-303 & 304 (In all Mediums)

Time Allowed : Three Hours]

[Maximum Marks : 80

Note :— Attempt any **TEN** out of **FIFTEEN** questions of 2 marks each from first compulsory question. From each Unit attempt any **ONE** out of the **TWO** questions of 15 marks each. Use of non-scientific and non-programmable simple calculator is allowed.

1. Attempt any **TEN** out of the following **FIFTEEN** :
  - (a) Do you think scope of econometrics is limited to test the economic hypotheses only ?
  - (b) How the probability theory is associated with regression modeling ?
  - (c) Why the normality of residual is an occasional reality but a common assumption in regression ?
  - (d) What do you mean by consistency of a regression estimator ?

- (e) Why a likelihood function is to be maximized not to be minimized ?
- (f) Explain the use of the coefficient of multiple determinant in any regression model estimation.
- (g) What is the level of significance ?
- (h) Comment upon the state of significance of a regression estimate 0.58 with confidence interval  $-0.85$  to  $0.99$ .
- (i) Differentiate the terms standard deviation and standard error.
- (j) Discuss BP test of heteroscedasticity.
- (k) For a trivariate model having  $Y$  as dependent and  $X_1$  and  $X_2$  as independent variables explain the meaning of  $X^T X$  matrix being a singular matrix.
- (l) What do you think is a main disadvantage of using OLS in estimation of the parameters of a non-linear regression model ?
- (m) Why reliable software are needed in econometrics ?
- (n) Name any two open source packages available for econometric analyses.
- (o) Differentiate the un-standardized and standardized coefficients available in regression output of SPSS.

2×10=20

## UNIT—I

2. For a regression model  $Y = X\beta + U$ , obtain the variance-covariance matrix of parameters in case  $X^T X = [x_{ij}]_{2 \times 2}$  and  $X^T Y = [x_{ij}]_{2 \times 1}$ . Also show that estimator of  $\beta$  is efficient among the class of all other linear and unbiased estimators.

5+10=15

3. Elaborate the use of the following in regression estimation :

(a) t/z-test

(b) ANOVA.

8+7=15

## UNIT—II

4. Explain the FGLS as a solution to the problem of Heteroscedasticity. How the use of FGLS effects the interpretation of regression coefficients ?

10+5=15

5. What should be the possible solutions in case the regression model contains  $k$  (a large number) independent variables and many of the variables are high significant correlation among them ?

15

## UNIT—III

6. Show that the dropping of a significant variable because of multicollinearity shall cause specification bias in regression estimation. Does this bias affect the efficiency of regression parameters ?

10+5=15

7. What do you mean by correct specification of model and what are various tests of correct model specification ?

5+10=15

### UNIT—IV

8. The following output is given on an econometric model estimation :

#### Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.506 <sup>a</sup>	.256	.256	67.89885

- a. Predictors : (Constant), Marital status, Years with current employer (i.e. experience), Level of education

#### ANOVA<sup>a</sup>

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	10164942.129	3	3388314.043	734.952	.000 <sup>b</sup>
	Residual	29487179.821	6396	4610.253		
	Total	39652121.950	6399			

- a. Dependent Variable : Household income in thousands
- b. Predictors : (Constant), Marital status, Years with current employer (i.e. experience), Level of education

## Coefficients<sup>a</sup>

Model	Unstandardized		Standardized	t	Sig.
	Coefficients		Coefficients		
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	-63.531	3.352		-18.954	.000
1 Level of education	13.276	.724	.202	18.332	.000
Years with current employer	50.519	1.096	.508	46.095	.000
Marital status	1.507	1.698	.010	.888	.375

a. Dependent Variable : Household income in thousands

Identify the variables and write the regression line. Also interpret results in all of the above tables. 15

9. Discuss the process to estimate a regression and detect multicollinearity using any software of your preference.

15

नोट :— प्रश्न न. 1 जो कि अनिवार्य है, उसमें दिए गए पन्द्रह प्रश्नों में से दस प्रश्न करें। प्रत्येक के 2 अंक हैं। प्रत्येक यूनिट में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक में से एक प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के 15 अंक हैं। गैर-वैज्ञानिक और गैर-प्रोग्रामेबल सरल कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

1. निम्नलिखित पंद्रह में से कोई दस प्रश्न करें :

- (a) क्या आपको लगता है कि अर्थमिति का दायरा केवल आर्थिक परिकल्पनाओं का परीक्षण करने तक सीमित है ?
- (b) संभाव्यता सिद्धांत प्रतिगमन मॉडलिंग के साथ कैसे जुड़ा हुआ है ?
- (c) अवशिष्ट की सामान्यता एक सामयिक वास्तविक क्यों है लेकिन प्रतिगमन में एक आम धारणा है ?
- (d) एक प्रतिगमन अनुमानक की स्थिरता से आपका क्या मतलब है ?
- (e) क्यों एक संभावना को अधिकतम किया जाना है कम से कम नहीं किया जाता है ?
- (f) किसी प्रतिगमन मॉडल के आकलन में बहु निर्धारक के गुणांक के उपयोग की व्याख्या करें।

- (g) महत्व का स्तर क्या है ?
- (h) प्रव्यय अंतराल  $-0.85$  से  $0.99$  के साथ एक प्रतिगमन अनुमान  $0.58$  के महत्व की स्थिति पर टिप्पणी करें।
- (i) मानक विचलन का मानक त्रुटि में अंतर करें।
- (j) विषमलैंगिकता के BP परीक्षण पर चर्चा करें।
- (k) एक त्रिकोणीय मॉडल जिसमें  $Y$  एक निर्भर तथा  $X_1$  और  $X_2$  स्वतंत्र चर हैं, के लिये  $X^T X$  मैट्रिक्स का एक असामान्य मैट्रिक्स के रूप में अर्थ स्पष्ट कीजिये।
- (l) आपके अनुसार गैर-रेखीय प्रतिगमन मॉडल के मापदंडों के आकलन में OLS का उपयोग करने का मुख्य नुकसान क्या है ?
- (m) अर्थमिति में विश्वसनीय सॉफ्टवेयर की आवश्यकता क्यों है ?
- (n) अर्थमितीय विश्लेषण के लिए उपलब्ध किन्हीं दो ओपन सोर्स पैकेजों के नाम बताएं।
- (o) SPSS के आउटपुट प्रतिगमन में उपलब्ध गैर-मानकीकृत और मानकीकृत गुणांकों को अलग करें।  $2 \times 10 = 20$

## यूनिट—I

2. एक प्रतिगमन मॉडल  $Y = X\beta + U$  के लिए  $X^T X = [x_{ij}]_{2 \times 2}$  और  $X^T Y = [x_{ij}]_{2 \times 1}$  के मामले में पैरामीटरों का प्रसरण-सहप्रसरण मैट्रिक्स प्राप्त करें। यह भी दर्शाएं कि अन्य सभी रैखिक और निष्पक्ष अनुमानकों का वर्ग  $\beta$  का योग्य मध्य अनुमान है। 5+10=15

3. प्रतिगमन अनुमान में निम्नलिखित के उपयोग को विस्तृत करें :

(a) t/z-test

(b) ANOVA.

8+7=15

## यूनिट—II

4. विषमलैंगिकता की समस्या के समाधान के रूप में FGLS को समझाइए। FGLS का उपयोग प्रतिगमन गुणांक की व्याख्या को कैसे प्रभावित करता है ? 10+5=15

5. प्रतिगमन मॉडल में  $k$  (एक बड़ी संख्या) स्वतंत्र चर होने और कई चरों के बीच उच्च महत्वपूर्ण सहसंबंध होने की स्थिति में संभावित समाधान क्या होने चाहिए ? 15

## यूनिट—III

6. दिखाएँ कि बहुसंरेखता के कारण एक महत्वपूर्ण चर का गिरना प्रतिगमन अनुमान में विनिर्देश पूर्वाग्रह का कारण होगा। क्या यह पूर्वाग्रह प्रतिगमन मापदंडों की दक्षता को प्रभावित करता है ? 10+5=15

7. मॉडल के सही विनिर्देशन से आपका क्या तात्पर्य है और सही मॉडल विनिर्देशन के विभिन्न परीक्षण क्या हैं ? 5+10=15

### यूनिट—IV

8. निम्नलिखित अर्थमितीय मॉडल अनुमान पर आऊटपुट दिया गया है :

#### Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.506 <sup>a</sup>	.256	.256	67.89885

- a. भविष्यवक्ता : (स्थिर), वैवाहिक स्थिति, वर्तमान नियोक्ता के साथ वर्ष (अर्थात् अनुभव), शिक्षा का स्तर।

#### ANOVA<sup>a</sup>

Model	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1 Regression	10164942.129	3	3388314.043	734.952	.000 <sup>b</sup>
1 Residual	29487179.821	6396	4610.253		
Total	39652121.950	6399			

- a. आश्रित चर : घरेलू आय हजारों में
- b. भविष्यवक्ता : (स्थिर), वैवाहिक स्थिति, वर्तमान नियोक्ता के साथ वर्ष (अर्थात् अनुभव), शिक्षा का स्तर.

## Coefficients<sup>a</sup>

Model	Unstandardized		Standardized	t	Sig.
	Coefficients		Coefficients		
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	-63.531	3.352		-18.954	.000
Level of education	13.276	.724	.202	18.332	.000
Years with current employer	50.519	1.096	.508	46.095	.000
Marital status	1.507	1.698	.010	.888	.375

a. आश्रित चर : घरेलू आय हजारों में

चरों को पहचानें और प्रतिगमन रेखा लिखें। उपरोक्त सभी तालिकाओं में परिणामों की व्याख्या भी करें।

15

9. अपनी पसंद के किसी सॉफ्टवेयर का उपयोग करके प्रतिगमन का अनुमान लगाने और बहुसंरेखता का पता लगाने की प्रक्रिया पर चर्चा करें।

15

(ਪੰਜਾਬੀ ਅਨੁਵਾਦ)

ਨੋਟ :— ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੰ. 1 ਜੋ ਕਿ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ 15 ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ 10 ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਕਰੋ, ਹਰੇਕ ਦੇ 2 ਅੰਕ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਯੂਨਿਟ ਵਿੱਚ ਦੋ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਕਰੋ। ਹਰੇਕ ਦੇ 15 ਅੰਕ ਹਨ। ਗੈਰ-ਵਿਗਿਆਨਕ ਅਤੇ ਗੈਰ-ਪ੍ਰੋਗਰਾਮੇਬਲ ਸਧਾਰਨ ਕੈਲਕੂਲੇਟਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੀ ਇਜਾਜ਼ਤ ਹੈ।

1. ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਪੰਦਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਦਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :
  - (a) ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਰਥ ਗਣਿਤ ਦਾ ਦਾਇਰਾ ਸਿਰਫ਼ ਆਰਥਿਕ ਪਰਿਕਲਪਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਪਰਖਣ ਤੱਕ ਸੀਮਤ ਹੈ ?
  - (b) ਸੰਭਾਵੀ ਸਿਧਾਂਤ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਮਾਡਲਿੰਗ ਨਾਲ ਕਿਵੇਂ ਜੁੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ ?
  - (c) ਰਹਿੰਦ-ਖੂੰਹਦ ਦੀ ਸਧਾਰਣਤਾ ਕਦੇ-ਕਦਾਈਂ ਅਸਲੀਅਤ ਕਿਉਂ ਹੈ ਪਰ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਆਮ ਧਾਰਨਾ ਹੈ ?
  - (d) ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਅਨੁਮਾਨਕ ਦੀ ਇਕਸਾਰਤਾ ਤੋਂ ਤੁਹਾਡਾ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ ?
  - (e) ਇੱਕ ਸੰਭਾਵਨਾ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ਵਧਾਇਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ?
  - (f) ਕਿਸੇ ਵੀ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਮਾਡਲ ਅਨੁਮਾਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁ ਨਿਰਧਾਰਕ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ।

- (g) ਮਹੱਤਤਾ ਦਾ ਪੱਧਰ ਕੀ ਹੈ ?
- (h) ਪ੍ਰਤੱਖ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ  $-0.85$  ਤੋਂ  $0.99$  ਦੇ ਨਾਲ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਅਨੁਮਾਨ  $0.58$  ਦੀ ਮਹੱਤਤਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ ਟਿੱਪਣੀ ਕਰੋ।
- (i) ਸਟੈਂਡਰਡ ਡੈਵੀਏਸ਼ਨ ਅਤੇ ਸਟੈਂਡਰਡ ਐਰਰ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰੋ।
- (j) ਵਿਸ਼ਮਲੈਂਗਿਕਤਾ ਦੇ BP ਟੈਸਟ 'ਤੇ ਚਰਚਾ ਕਰੋ।
- (k) ਇੱਕ ਤਰਕੋਣੀ ਮਾਡਲ ਜਿਸ ਵਿੱਚ  $Y$  ਇੱਕ ਨਿਰਭਰ ਅਤੇ  $X_1$  ਅਤੇ  $X_2$  ਸੁਤੰਤਰ ਚਰ ਹਨ, ਦੇ ਲਈ  $X^T X$  ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦਾ ਇੱਕ ਅਸਮਾਨ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਰਥ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰੋ।
- (l) ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਗੈਰ-ਰੇਖੀਕ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਮਾਡਲ ਦੇ ਪੈਰਾਮੀਟਰਾਂ ਦੇ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਵਿੱਚ OLS ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦਾ ਮੁੱਖ ਨੁਕਸਾਨ ਕੀ ਹੈ ?
- (m) ਅਰਥਮਿਤੀ ਵਿੱਚ ਭਰੋਸੇਯੋਗ ਸਾਫਟਵੇਅਰ ਦੀ ਲੋੜ ਕਿਉਂ ਹੈ ?
- (n) ਆਰਥਿਕ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਂ ਲਈ ਉਪਲਬਧ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੋ ਓਪਨ ਸੋਰਸ ਪੈਕਜਾਂ ਦਾ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।
- (o) SPSS ਦੇ ਆਉਟਪੁੱਟ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਵਿੱਚ ਉਪਲਬਧ ਗੈਰ-ਮਿਆਰੀ ਅਤੇ ਮਿਆਰੀ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰੋ।

2×10=20

## ਯੂਨਿਟ-1

2. ਇੱਕ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਮਾਡਲ  $Y = X\beta + U$  ਲਈ,  $X^T X = [x_{ij}]_{2 \times 2}$  ਅਤੇ  $X^T Y = [x_{ij}]_{2 \times 1}$  ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਪੈਰਾਮੀਟਰਾਂ ਦਾ ਵੇਰੀਐਂਸ-ਕੋਵੇਰੀਐਂਸ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ। ਇਹ ਵੀ ਦਿਖਾਓ ਕਿ ਹੋਰ ਸਾਰੇ ਰੇਖਿਕ ਅਤੇ ਨਿਰਪੱਖ ਅਨੁਮਾਨਕਾਰਾਂ ਦਾ ਵਰਗ  $\beta$  ਦਾ ਯੋਗ ਮਾਧਿਯ ਅਨੁਮਾਨ ਹੈ।

5+10=15

3. ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਅਨੁਮਾਨ ਵਿੱਚ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਕਰੋ :
- (a) t/z-ਟੈਸਟ
- (b) ANOVA.

8+7=15

## ਯੂਨਿਟ-II

4. ਵਿਸ਼ਮਲੈਂਗਿਕਤਾ ਦੀ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਹੱਲ ਵਜੋਂ FGLS ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ। FGLS ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਪ੍ਰਭਾਵਤ ਕਰਦੀ ਹੈ ?
5. ਸੰਭਾਵਿਤ ਹੱਲ ਕੀ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਮਾਡਲ ਵਿੱਚ  $k$  (ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ) ਸੁਤੰਤਰ ਵੇਰੀਏਬਲ ਹਨ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਵੇਰੀਏਬਲ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਉੱਚ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸੰਬੰਧ ਹਨ ?

10+5=15

15

## ਯੂਨਿਟ-III

6. ਦਿਖਾਓ ਕਿ ਮਲਟੀਕੋਲੀਨੀਅਰਿਟੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਚਰ ਦੇ ਡਿੱਗਣ ਨਾਲ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਅਨੁਮਾਨ ਵਿੱਚ ਨਿਰਧਾਰਨ ਪੱਖਪਾਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਕੀ ਇਹ ਪੱਖਪਾਤ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਪੈਰਾਮੀਟਰਾਂ ਦੀ ਕੁਸ਼ਲਤਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ?

10+5=15

7. ਮਾਡਲ ਦੇ ਸਹੀ ਨਿਰਧਾਰਨ ਤੋਂ ਤੁਹਾਡਾ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ ਅਤੇ ਸਹੀ ਮਾਡਲ ਨਿਰਧਾਰਨ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਟੈਸਟ ਕੀ ਹਨ ? 5+10=15

### ਯੂਨਿਟ-IV

8. ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਅਰਥਮੈਟਿਕ ਮਾਡਲ ਅਨੁਮਾਨ 'ਤੇ ਆਉਟਪੁੱਟ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ :

#### Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.506 <sup>a</sup>	.256	.256	67.89885

- a. ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰਨ ਵਾਲੇ : (ਸਥਿਰ), ਵਿਆਹੁਤਾ ਸਥਿਤੀ, ਮੌਜੂਦਾ ਮਾਲਕ ਦੇ ਨਾਲ ਸਾਲ (ਅਰਥਾਤ ਅਨੁਭਵ), ਸਿੱਖਿਆ ਦਾ ਪੱਧਰ।

#### ANOVA<sup>a</sup>

Model	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	10164942.129	3	3388314.043	734.952	.000 <sup>b</sup>
1 Residual	29487179.821	6396	4610.253		
Total	39652121.950	6399			

- a. ਨਿਰਭਰ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ : ਹਜ਼ਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਘਰੇਲੂ ਆਮਦਨ
- b. ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰਨ ਵਾਲੇ : (ਸਥਿਰ), ਵਿਆਹੁਤਾ ਸਥਿਤੀ, ਮੌਜੂਦਾ ਮਾਲਕ ਦੇ ਨਾਲ ਸਾਲ (ਅਰਥਾਤ ਅਨੁਭਵ), ਸਿੱਖਿਆ ਦਾ ਪੱਧਰ।

Model	Unstandardized		Standardized	t	Sig.
	Coefficients		Coefficients		
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	-63.531	3.352		-18.954	.000
Level of education	13.276	.724	.202	18.332	.000
Years with current employer	50.519	1.096	.508	46.095	.000
Marital status	1.507	1.698	.010	.888	.375

a. ਨਿਰਭਰ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ : ਹਜ਼ਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਘਰੇਲੂ ਆਮਦਨ।

ਚਰਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਰੇਖਾ ਲਿਖੋ। ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਾਰਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਵੀ ਕਰੋ। 15

9. ਆਪਣੀ ਪਸੰਦ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਾਫਟਵੇਅਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰਤੀਗਮਨ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉਣ ਅਤੇ ਬਹੁ-ਸਮਾਪਤਤਾ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ 'ਤੇ ਚਰਚਾ ਕਰੋ। 15